

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2001/2002

September 2001

IUK 191/4 – MATEMATIK 1

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan. Semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

...2/-

1. (a) Diberi $z = 1 - i$ dan $w = \sqrt{3} + i$

Dapatkan

(i) $\text{Im}(2z + 5iw)$

(ii) $\frac{z}{w}$

(iii) $|z + w|$

(iv) $|z^4 w^6|$

(20 markah)

- (b) Selesaikan $z^2 = 2 + 2\sqrt{3}i$

Berikan jawapan anda dalam bentuk $a + ib$ dan jitu ke dua tempat perpuluhan.

(30 markah)

- (c) Jika $2x^2y + y^2 = 8x$, dapatkan $\frac{d^2y}{dx^2}$ pada titik (1, 2)

(20 markah)

- (d) Dapatkan ekstremum setempat dan titik lengkok balas bagi fungsi

$$f(x) = x^2 \ln x, x > 0$$

Lakarkan grafnya.

(30 markah)

...3/-

2. (a) Tunjukkan bahawa persamaan $x^3 + 3x - 1 = 0$ mempunyai hanya satu punca nyata. Dengan menggunakan kaedah Newton dan memulakan dengan nilai hampiran awal $x_1 = 0.5$, dapatkan nilai hampiran x_2 dan x_3 . Berikan jawapan anda jitu ke dua tempat perpuluhan.

(30 markah)

- (b) Cari maksimum dan minimum bagi fungsi

$$f(x) = \sin x - \sin^2 x, \quad 0 \leq x \leq 2\pi$$

(30 markah)

- (c) Cari panjang lengkok bagi lengkung:

$$x = t^2, \quad y = t^3, \quad 0 \leq t \leq 4$$

(40 markah)

3. (a) Kamirkan

(i) $\int \frac{dx}{(x+2)(x+3)}$

(ii) $\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 10}$

(40 markah)

- (b) Nilaikan

(i) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \cos 3x \, dx$

(40 markah)

...4/-

(c) Ujiian penumpuan bagi setiap siri berikut:

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$

(iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+3}$

(iv) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+3}$

(20 markah)

4. (a) Selesaikan setiap persamaan berikut.

(i) $\frac{dy}{dx} = \frac{2(2x^2 + y^2)}{xy}$

(ii) $x \frac{dy}{dx} + 3y = x^3$

(iii) $\frac{d^2y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} + 2y = xe^{-x}$

(60 markah)

(b) Dengan menggunakan pengantian $y(x) = \frac{v(x)}{\sqrt{x}}$, tukarkan persamaan

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)y = 0$$

kepada $\frac{d^2v}{dx^2} + v = 0$

dan kemudian selesaikan persamaan yang diberi itu.

(40 markah)

...5/-

5. (a) Cari songsang bagi matriks.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & -3 \\ -2 & 7 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

(30 markah)

- (b) Dengan menggunakan petua Cramer, selesaikan:

$$\begin{aligned} x + 6y - 3z &= 8 \\ -2x + 7y + z &= 9 \\ 3x - y + 4z &= 10 \end{aligned}$$

(40 markah)

- (c) Nilaikan penentu-penentu berikut.

(i) $\begin{vmatrix} a & a & 1 \\ a & 1 & a \\ 1 & a & a \end{vmatrix}$

(ii) $\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix}$

(30 markah)